



Questão 1. A média harmônica de n números reais a_1, a_2, \dots, a_n é

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}.$$

Se $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e x_1, x_2, x_3 são as raízes de $p(x)$ então valem as seguintes relações:

• $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$, • $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$, • $x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}$.

Sabendo que o polinômio $p(x) = 30x^3 - 113x^2 + 108x - 30$ possui três raízes reais positivas, a média harmônica das raízes de $p(x)$ é

- A $\frac{2}{3}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{1}{3}$ D 1 E 3

Questão 2. Seja ABC um triângulo retângulo tal que $\hat{A}BC = 30^\circ$. Considere D um ponto na hipotenusa \overline{AC} e as retas r e s passando por D , paralelas aos lados \overline{AB} e \overline{BC} , respectivamente. Se $E = r \cap \overline{BC}$, $F = s \cap \overline{AB}$ e $m(\overline{BC}) = 1$, o menor valor possível para $m(\overline{EF})$ é

- A $\frac{\sqrt{2}}{5}$ B $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D $\sqrt{3}$ E $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Questão 3. Uma herança de R\$165.000,00 deve ser dividida entre três herdeiros. Álvaro, Beatriz e Carmem. O valor que caberá a Beatriz corresponde a metade da soma do que receberão Álvaro e Carmem. Além disso, a diferença entre o que receberão Carmem e o que receberá Álvaro é de R\$20.000,00. Quanto receberá Carmem?

- A R\$50.000,00 B R\$55.000,00 C R\$60.000,00 D R\$65.000,00 E R\$70.000,00

Questão 4. A Figura 1 mostra um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Com 27 desses dados montou-se um cubo, como na Figura 2. Qual é a maior soma possível de todos os números que aparecem nas seis faces do cubo?



Figura 1

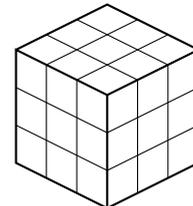
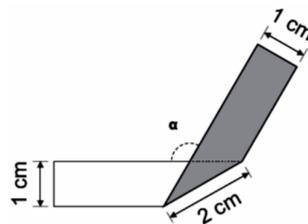


Figura 2

- A 162 B 288 C 300 D 316 E 324

Questão 5. Uma tira de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura. Qual é a medida do ângulo α ?



- A 110° B 115° C 120° D 125° E 130°

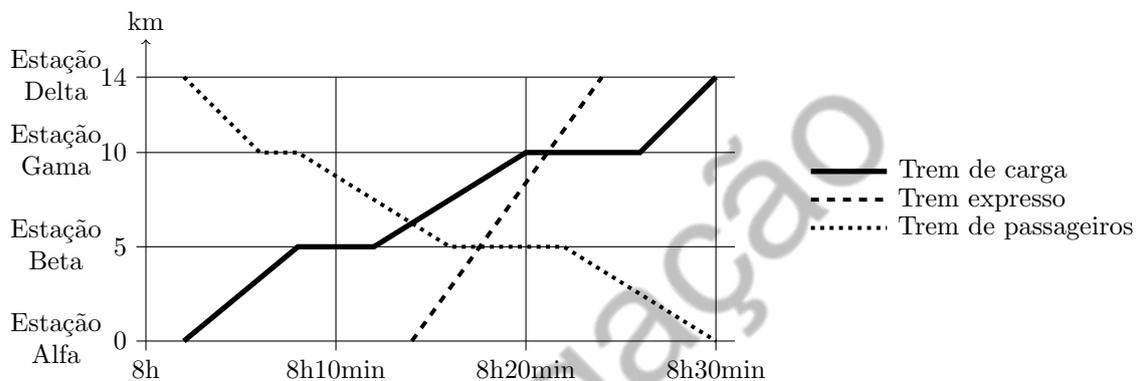
Divulgação



Questão 6. Durante a aula, dois celulares tocam ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “De quem são os celulares que tocaram?” Guto disse: “O meu não tocou”, Carlos disse: “O meu tocou” e Bernardo disse: “O de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

- A O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
- B Os celulares de Carlos e Guto não tocaram.
- C Carlos mentiu.
- D Guto falou a verdade.
- E Bernardo mentiu.

Questão 7. O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?



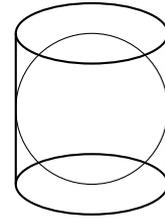
- A O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.
- B O trem expresso para na Estação Beta.
- C Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.
- D O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.
- E O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.

Questão 8. Suponha que, para realizar traduções de textos egípcios para um museu brasileiro, um tradutor X cobre um valor fixo de R\$440,00 acrescidos de R\$3,20 por linha traduzida. Por outro lado, um tradutor Y , para executar o mesmo trabalho, cobra um valor fixo de R\$800,00, mais R\$2,30 por linha traduzida. Nessas condições, o número que corresponde à quantidade mínima de linhas a serem traduzidas de modo que o custo seja menor se for traduzido pelo tradutor Y é

- A um quadrado perfeito
- B um número ímpar
- C divisível por 5
- D divisível por 3
- E divisível por 7

**Questão 9.**

Um cilindro equilátero é apoiado sobre uma de suas bases e parcialmente preenchido com água. Quando uma esfera é colocada em seu interior, de modo a tocar o fundo e o topo, o nível de água atinge a altura do cilindro. Se o raio da esfera é igual ao raio da base do cilindro e o volume de água é $2000\frac{\pi}{3}$ cm³, determine a área da superfície lateral do cilindro e o volume da esfera.



- A 200π cm² e $2000\frac{\pi}{3}$ cm³
- B 400π cm² e $4000\frac{\pi}{3}$ cm³
- C 300π cm² e $4000\frac{\pi}{3}$ cm³
- D 400π cm² e $2000\frac{\pi}{3}$ cm³
- E 300π cm² e $2000\frac{\pi}{3}$ cm³

Questão 10. João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R\$21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros composto de 2% ao mês, e escolhe deixar o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- A dois meses, e terá a quantia exata.
- B três meses, e terá a quantia exata.
- C quatro meses, e terá a quantia exata.
- D quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00
- E três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00

Divulgação



Questão 11. João, ao perceber que seu carro apresentou um defeito, optou por alugar um veículo para cumprir seus compromissos de trabalho. A locadora, então, lhe fez duas propostas:

- Plano A: no qual é cobrado um valor fixo de R\$50,00 e mais R\$1,60 por quilômetro rodado.
- Plano B: no qual é cobrado um valor fixo de R\$64,00 e mais R\$1,20 por quilômetro rodado.

João observou que, para certo deslocamento que totalizava K quilômetros, era indiferente optar pelo Plano A ou pelo Plano B, pois o valor final a ser pago seria o mesmo. É correto afirmar que K é um número racional entre

- 31 e 36,5 14,5 e 20 20 e 25,5 25,5 e 31 36,5 e 41

Questão 12. Um indivíduo com uma grave doença teve a temperatura do corpo medida em intervalos curtos e igualmente espaçados de tempo, levando a equipe médica a deduzir que a temperatura corporal T do paciente, em cada instante t , é bem aproximada pela função $T = 36 \times 10^{\frac{t}{100}}$, em que t é medido em horas, e T é medido em Celsius. Quando a temperatura corporal desse paciente atingir os 40° Celsius, a equipe médica fará uma intervenção, administrando um remédio para baixar a temperatura. Nestas condições, quantas horas se passarão desde o instante $t = 0$ até a administração do remédio? (Utilize $\log_{10} 9 = 0,95$.)

- 4 5 6 7 8

Questão 13. Uma escola costuma organizar passeios com frequência e para levar os alunos conta com vários motoristas de vans. Essas vans possuem 14 lugares, além do assento do motorista. Por questão de segurança, a direção da escola exige que sempre haja um professor em cada van, não importando o número de alunos. Felizmente, a escola tem contado com muitos motoristas de vans. Quantos professores serão necessários para acompanhar os estudantes em passeios em que 200 e 65 estudantes desejem participar respectivamente?

- 15 e 5 15 e 4 16 e 5 14 e 5 14 e 4

Questão 14. Na Figura 1, o triângulo retângulo ABC possui um ângulo reto em B , $AF = 1$ cm, $AC = 10$ cm e $BDEF$ um quadrado. Suponha que o quadrado $BDEF$ seja transladado ao longo de AC , sem alterar a medida dos lados e ângulos ao longo dessa translação, gerando, dessa forma, um novo quadrado $XYZW$, em que coincidem os pontos C e Z , conforme ilustra a Figura 2.

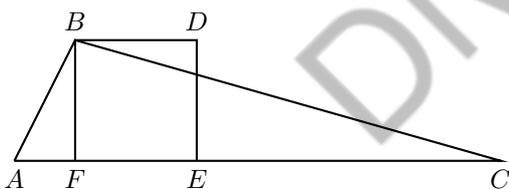


Figura 1

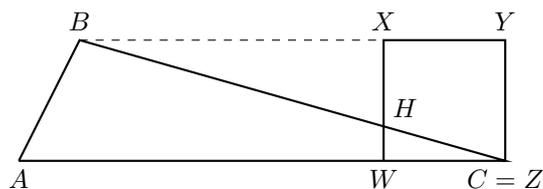


Figura 2

Nessas condições, qual é o valor, em cm^3 , da área do triângulo HZW ?

- $\frac{5}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{4}$ $\frac{15}{2}$ $\frac{7}{2}$

Questão 15. “De acordo com o secretário Judiciário do Tribunal Superior Eleitoral (TSE), Fernando Alencastro, a partir de 2020, as legendas deverão encaminhar à Justiça Eleitoral, juntamente com o Demonstrativo de Regularidade de Atos Partidários (DRAP), a lista de candidatas que concorrerão ao pleito, respeitando-se o percentual mínimo de 30% e o máximo de 70% para candidaturas de cada sexo. A regra esta prevista no artigo 10, parágrafo 3º da Lei nº 9.504/1997 (Lei das Eleições).”

Pensando na importância da representatividade feminina para além das questões políticas e considerando uma turma de 22 estudantes mulheres e 18 estudantes homens, quantas comissões de 6 estudantes é possível formar, mantendo exatamente o mínimo de representação feminina?

- 231 67320 188496 706860 1979208

Divulgação



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME

8ª Maratona de Matemática do Ensino Médio - 1ª Fase

Escolas

Data: 03/09/2024



ESCOLA:

EQUIPE:

ALUNO(A) 1:

ALUNO(A) 2:

ALUNO(A) 3:

Instruções:

1. Cada questão de escolha múltipla tem apenas uma resposta correta.
2. Marque a resposta escolhida nessa folha de respostas preenchendo **TOTALMENTE** o quadrado correspondente com caneta azul ou preta. Apenas respostas dessa folha serão consideradas.
3. Será permitido APENAS o uso de lápis, borracha, caneta (azul ou preta) e folhas para rascunho (fornecidas pela organização do evento).
4. Não amasse, dobre ou rasure essa folha.
5. A prova tem duração de 01:00 hora.

FOLHA DE RESPOSTAS

- Questão 1. A B C D E
- Questão 2. A B C D E
- Questão 3. A B C D E
- Questão 4. A B C D E
- Questão 5. A B C D E
- Questão 6. A B C D E
- Questão 7. A B C D E
- Questão 8. A B C D E
- Questão 9. A B C D E
- Questão 10. A B C D E
- Questão 11. A B C D E
- Questão 12. A B C D E
- Questão 13. A B C D E
- Questão 14. A B C D E
- Questão 15. A B C D E

Divulgação